

Ad-Soyad:

07.02.2022

Numara:

İmza:

**SOYUT MATEMATİK I BÜTÜNLEME SINAV SORULARI**

1. a)  $A' = B'$  ise  $A = B$  olur mu? Gösteriniz.  
b)  $(A \times B \times C) \cap (D \times E \times F) \supseteq (A \cap D) \times (B \cap E) \times (C \cap F)$  olur mu? Gösteriniz.
2.  $\mathbb{R}$  üzerinde  $\forall m, n \in \mathbb{R}$  için  $m \sim n \Leftrightarrow m^3 - n = n^3 - m$  şeklinde tanımlanan  $\sim$  bir denklik bağıntısı mıdır? Gösteriniz. Eğer varsa 1 in denklik sınıfını bulunuz.
3. a)  $f: K \leftrightarrow L$  bir fonksiyon,  $\forall M \subseteq K$  için  $M = f^{-1}(f(M))$  olduğunu gösteriniz.  
b)  $h: A \rightarrow B$  bir fonksiyon,  $\{A_i : i \in I\} \subseteq P(A)$  ise  $h\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) \subseteq \bigcap_{i \in I} h(A_i)$  olduğunu gösteriniz.
4. İkili işlem, cebirsel yapı, grup, değişmeli halka ve cisim tanımlarını yaparak birer örnek veriniz.

**NOT: Sınav süreniz 90 dakikadır.**

**BAŞARILAR**

## CEVAPLAR

$$\begin{aligned} 1) \quad a) \quad A' = B' &\Leftrightarrow A' \subseteq B' \wedge B' \subseteq A' \\ &\Leftrightarrow (B')' \subseteq (A')' \wedge (A')' \subseteq (B')' \\ &\Leftrightarrow B \subseteq A \wedge A \subseteq B \\ &\Leftrightarrow A = B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad \forall (x, y, z) \in (A \cap D) \times (B \cap E) \times (C \cap F) \\ \Rightarrow x \in A \cap D \vee y \in B \cap E \vee z \in C \cap F \\ \Rightarrow (x \in A \vee x \in D) \vee (y \in B \vee y \in E) \vee (z \in C \vee z \in F) \\ \Rightarrow (x \in A \vee y \in B \vee z \in C) \vee (x \in D \vee y \in E \vee z \in F) \\ \Rightarrow (x, y, z) \in A \times B \times C \vee (x, y, z) \in D \times E \times F \\ \Rightarrow (x, y, z) \in (A \times B \times C) \cap (D \times E \times F) \end{aligned}$$

• yansma öz.

$$\forall a \in \mathbb{R} \text{ tam } aNa ?$$

$$\forall a \in \mathbb{R} \text{ tam } a^3 - a = a^3 - a \Rightarrow aNa$$

• simetri öz.

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ tam } aNb \Rightarrow bNa ?$$

$$\begin{aligned} aNb &\Rightarrow a^3 - b = b^3 - a \\ &\Rightarrow b^3 - a = a^3 - b \\ &\Rightarrow bNa \end{aligned}$$

• geçişme öz.

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \text{ tam } aNb \wedge bNc \Rightarrow aNc ?$$

$$\left. \begin{aligned} aNb &\Rightarrow a^3 - b = b^3 - a \\ bNc &\Rightarrow b^3 - c = c^3 - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^3 - c = c^3 - a \\ \Rightarrow aNc$$

$\therefore \mathbb{N}, \mathbb{R}$  üzerinde bir denklik bağıntısıdır.

$$\begin{aligned} \bar{1} &= \{ x \in \mathbb{R} : 1 \sim x \} \\ &= \{ x \in \mathbb{R} : 1 - x = x^3 - 1 \} \end{aligned}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} : x^3 + x - 2 = 0\}$$

$$x^3 + x - 2 = (x-1)(x^2 + x + 2)$$

$x^2 + x + 2 = 0$  için  $\Delta < 0$  olduğundan reel kök yoktur.

$$\therefore T = \{1\}$$

3) a) Ders notlarında mevcuttur.

$$b) \forall y \in h\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) \Rightarrow \exists b \in \bigcap_{i \in I} A_i \ni h(b) = y$$

$$\forall i \in I \text{ için } b \in A_i \text{ olduğundan } h(b) = y \in h(A_i) \\ \Rightarrow h(b) = y \in \bigcap_{i \in I} h(A_i)$$

$$\therefore h\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) \subseteq \bigcap_{i \in I} h(A_i)$$

4) Ders notlarında mevcuttur.